**«Әл-Фараби атындағы ҚазҰУ» КЕАҚ**
**Ғылыми кеңес отырысында**
**23.05.2022 ж. № 10 хаттамамен**
**БЕКІТІЛДІ**

**D092 - «Математика және статистика»**
**білім беру бағдарламалары тобына**
**докторантураға түсушілерге арналған**
**емтихан бағдарламасы**

## 1. Жалпы ережелер.

1. Бағдарлама «Жоғары және жоғары оқу орнынан кейінгі білімнің білім беру бағдарламаларын іске асыратын білім беру ұйымдарына оқуға қабылдаудың үлгілік қағидаларын бекіту туралы» Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрінің 2018 жылғы 31 қазандағы № 600 бұйрығына (бұдан әрі – үлгілік қағидалар) сәйкес жасалды.

2. Докторантураға түсу емтиханы эссе жазудан, докторантурада оқуға дайындығына тест тапсырудан (бұдан әрі – ОДТ), білім беру бағдарламалары тобының бейіні бойынша емтиханнан және сұхбаттасудан тұрады.

| Блогы | Балы |
|---|---|
| 1. Эссе | 10 |
| 2. Докторантурада оқуға дайындық тесті | 30 |
| 3. Білім беру бағдарламасы тобының бейіні бойынша емтихан | 40 |
| 4. Сұхбаттасу | 20 |
| Барлығы/ өту ұпайы | 100/75 |

3. Түсу емтиханының ұзақтығы – 4 сағат, осы уақыт ішінде оқуға түсуші эссе жазады, докторантурада оқуға дайындық тестінен өтеді, электрондық емтихан билетіне жауап береді. Сұхбаттасу ЖОО базасында жеке өткізіледі.

## 2. Түсу емтиханын өткізу тәртібі.

1. D092 - «Математика және статистика» білім беру бағдарламалары тобына докторантураға түсушілер проблемалық / тақырыптық эссе жазады. Эссе көлемі – 250-300 сөзден кем болмауы керек.

2. Электрондық емтихан билеті 3 сұрақтан тұрады.

**Білім беру бағдарламасы тобының бейіні бойынша емтиханға дайындалуға арналған тақырыптар.**

**«Математикалық талдау»** пәні

Сандық тізбектер. Жоғарғы және төменгі шектер. Сандық тізбектер үшін Больцано-Вейерштрасс теоремасы және Коши критерийі. Функцияның шегі, үзіліссіздігі және бірқалыпты үзіліссіздігі. Тұйық кесіндідегі функцияның бірқалыпты үзіліссіз болуы туралы Вейерштрасс теоремасы. Бір айнымалыдан тәуелді функцияның туындысы мен дифференциалы. Олардың арасындағы байланыс. Бірінші дифференциалдың формасының инварианттылығы. Кері функция түсінігі және сұрақтың қойылуы. Кері функция бар болуы туралы теореманың дәлелдеуі. Бір айнымалыдан тәуелді кері функцияның дифференциалдануы. Кері тригонометриялық функциялардың туындыларын есептеу. Көп айнымалыдан тәуелді функциялар. Еселі және қайталамалы шектер. Олардың арасындағы байланыс. Дербес туындылар. Көп айнымалыдан тәуелді функцияның дифференциалы. Көп айнымалыдан тәуелді функцияның дифференциалдануы. Көп айнымалыдан тәуелді күрделі функцияның дифференциалдануы. Айқындалмаған функция түсінігі және сұрақтың қойылуы. Айқындалмаған және кері функция туралы жалпы теорема. Якобиан. Еселі интегралдарда айнымалыны алмастыру. Екі еселі интеграл үшін Грин формуласы. Беттік интегралдар. Интегралдық есептеулер туралы негізгі теоремалар.

**«Функционалдық талдау»** пәні

Метрикалық, сызықты нормаланған, банах және гильберт кеңістіктері. Метрикалық, нормаланған, банах және гильберт кеңістіктеріне мысалдар. Метрикалық және сызықты нормаланған кеңістіктердегі тізбектер және жинақты тізбектердің қасиеттері. Метрикалық кеңістіктердегі үзіліссіз бейнелеулер. Метрикалық кеңістіктердегі үзіліссіздік пен компактылық. Метрикалық кеңістіктердегі сығып бейнелеу принципі. Гильберт кеңістігіндегі сызықты шенелген функционалдың жалпы түрі. Рисс теоремасы. Өлшемді жиындар және олардың қасиеттері. Өлшемді функциялар және олардың қасиеттері. Лебег интегралы. Лебег және Риман интегралдарының арасындағы айырмашылық. $L_p(\Omega)$ кеңістігі және олардың қасиеттері. Банах және гильберт кеңістіктеріндегі сызықты операторлар. Шенелген операторлар, шенелмеген операторлар, тұйық операторлар. Оператордың нормасы.

«**Ықтималдықтар теориясы және стохастикалық талдау»** пәні

Жалпы ықтималдық кеңістігі. Ықтималдықтың классикалық және геометриялық анықтамалары. Шартты ықтималдық. Ықтималдықтарды көбейту формуласы. Оқиғалардың тәуелсіздігі, тәуелсіз сынақтар. Толық ықтималдық формуласы. Байес формулалары. Кездейсоқ шамалар. Кездейсоқ шаманың үлестірім заңдары. Кездейсоқ шамалардың математикалық күтімдері. Дисперсия. Қайталамалы тәуелсіз сынақтар. Бернулли формуласы. Кездейсоқ процестердің жалпы анықтамасы және кездейсоқ процестердің ақырлы өлшемді үлестірімдері. Винерлік процесс. Винерлік процестердің ақырлы өлшемді үлестірімдері және винерлік процестердің характеристикалық қасиеттері. Кездейсоқ процестердің корреляциялық функциясы. Қасиеттері.

**«Алгебра және геометрия»** пәні

Алгебралық құрылым түсінігі. Алгебралық құрылымның гомоморфизмдері мен изомерфизмдері. Алгебралық құрылымның автоморфизмдер тобы. мысалдар. Жартылай топ. Моноидтар. Керіленетін элементтер. Топтар. Циклдық топтар. Изоморфизмдер. Кэли

теоремасы. Гомоморфизмдер. Гомоморфизмнің өзегі мен бейнесі. Қалыпты жартылай топтармен байланысы. Аралас кластар. Индекстер. Лагранж теоремасы және оның салдары. Сақина. Нөлдің бөлгіштері. Салыстырулары. Шегерімдер кластарының сақинасы. Сақиналардың гомоморфизмдері. Өріс. Өрістің сипаттамасы. Ақырлы өрістер. Галуа өрісінің құрылуы. Қатынастар. Пара-парлық қатынастар, пара-парлық кластардың қасиеттері. Ішінара ретті қатынасы. Сызықты ретті. Ең кіші, ең үлкен, минимальды және максимальды элементтер. Ақырлы ішінара реттелген жиынды әрқашан минимальды элемент болатынын дәлелдеу. Дирихле қағидасы. Қосу және шығару формуласы. Ақырлы жиындардың ақырлы санын декарттық көбейтудегі элементтер саны.

**«Дифференциалдық теңдеулер және математикалық физика теңдеулері»** пәні

Бірінші ретті жәй дифференциалдық теңдеулер үшін Коши есебінің шешімінің бар болуы мен жалғыздығы теоремасы. Коэфициенттері айнымалы *n*-ші ретті біртекті сызықты жәй дифференциалдық теңдеулер. Іргелі (фундаменталді) шешімдер жүйесі. Коэфициенттері тұрақты *n*-ші ретті біртексіз сызықты жәй дифференциалдық теңдеулер. Біртекті сызықты жәй дифференциалдық теңдеулер жүйелері. Остроградский-Лиувилль формуласы. Екінші ретті сызықтық жәй дифференциалдық теңдеулер үшін шекаралық есептердің қойылуы. Штурм-Лиувилль есебі. Штурм-Лиувилль есебінің шешімінің бар болуы мен жалғыздығы теоремасы. Сызықтық жәй дифференциалдық теңдеулер үшін қойылған шекаралық есептердің меншікті мәндерінің бар болуы. Штурм-Лиувилль есебі үшін Грин функциясының анықтамасы және оның бар болуы. Сызықтық жәй дифференциалдық теңдеулер үшін қойылған шекаралық есептерді Грин функциясының көмегімен шешу. Бірінші ретті біртексіз сызықты жәй дифференциалдық теңдеулер жүйелері. Тұрақтыларды вариациалау әдісі (Лагранж әдісі). Көп айнымалылы дербес туындылы дифференциалдық теңдеулерді классификациялау және канондық түрге келтіру. Параболалық теңдеу үшін Коши есебі. Жылуөткізгіштік операторының іргелі шешімі. Көлемдік жылу потенциалы, беттік жылу потенциалы және олардың қасиеттері. Гиперболалық типті теңдеулер үшін Коши есебі. Гиперболалық типті теңдеулер үшін сипаттауыштар түсінігі. Жалғастыру әдісі. Эллипстік теңдеулер үшін шеттік есептердің қойылымы және оларды шешудің негізгі әдістері. Лаплас теңдеуі үшін Коши есебінің қисынды еместігі туралы адамар мысалы. Айнымалға жіктеу әдісі. Фурье әдісінің жалпы сұлбасы. Штурм-Лиувилль операторы үшін меншікті мән және меншікті функция туралы есеп. Параболалық және гиперболалық типті теңдеулер үшін аралас есептерді шешудің Фурье әдісі. Лаплас және Пуассон теңдеулері үшін Дирихле және Нейман есептері. Дирихле есебі үшін Грин функциясы және оның қасиеттері. Пуассон теңдеуі үшін шеттік есептерді Грин функциясы арқылы шешу. Вариация және оның қаситеттері. Эйлер теңдеуі. Вариациялық қисаптың негізгі леммасы. Брахистохрон туралы есеп. Вариациялық қисаптың шеттері жылжымалы қарапайым есебі. Трансверсалдық шарт. Функционалдың экстремумға жетуінің жеткілікті шарттары. Лежандр шарты. Шартты экстремумге вариациялық есептер. Байланыстар түсінігі. Шартсыз экстремум есебіне келтірілуі. Лагранж көбейткіштері әдісі. Банах кеңістігінде Вейерштрасс теоремасы. Глобальді минимум туралы теорема. Тиімділік шарттары (Банах кеңістігінде). Лагранж функционалы. Ершік нүкте.

## 3. Пайдаланылған әдебиеттер тізімі.

**Негізгі:**

1. В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. Основы математического анализа. Часть I. М. : «Наука» 1982. 616 С.
2. В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. Основы математического анализа. Часть II. М.: «Наука» 1980. 447 С.

3. Ибрашев Х.И., Еркеғұлов Ш.Т. Математикалық анализ курсы. Алматы. Мектеп, Т.1,2. 1963-1970.
4. В.А. Зорич, Математический анализ, Часть I, II. 2017г.
5. Теміргалиев Н.Т. Математикалық анализ. Том – 1, Алматы: Мектеп, 1987. -288 б.
6. Наурызбаев Қ.Ж., Нақты анализ, Алматы, “Қазақ университеті”,2004.
7. Колмогоров А.Н., Фомин С.В., Элементы теории функций и функционального анализа, - М.: Наука,1989
8. Треногин В.А. Функциональный анализ.- М.: Наука,1967.

9. Н.Ш. Кремер. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: “ЮНИТИ”, 2000. 544 с.
10. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей и математическая статистика. – М.: Изд. МГУ, 2006.
11. Н. Аққанбай. Ықтималдықтар теориясы (I – бөлім) – Алматы.: “Қазақ университеті”, 2001. 296 бет.
12. Н. Аканбай Ықтималдықтар теориясының есептері мен жаттығуларының жинағы – Алматы,: “ Қазақ университеті”, 2004. 377 бет.
13. Н.Аққанбай. Ықтималдықтар теориясы (3-бөім). Алматы.: «Қазақ уни верситеті», 2007, 297 бет.
14. Н.Аққанбай. Ықтималдықтар теориясының есептері мен жаттығуларының жинағы (3-бөлім). Алматы.: «Қазақ университеті», 2007, 256 бет.
15. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. Часть 1. М.: Наука, 1985. (Предыдущие издания: 1968, 1976).
16. Кангужин Б.Е. Теория функций комплексного переменного. Алматы. Қазақ университеті, 2007.
17. Назарбай Білиев, Функционалдық Анализ (қысқаша курс). – Алматы: Қазақ университеті, 2014., 166 б.
18. С.А. Бадаев. Сызықтық алгебра және аналитикалық геометрия. Том 1,2: Алматы: LEM, 2014. 416 бет.
19. Нидеррайтер Г. Конечные поля. М.: Мир, 1998. Том 1,2,822с.
20. П.Т. Досанбай. Математикалық логика. Алматы.: «Дәуір» 2011. 280 бет.
21. Тайманов И.А., Лекции по дифференциальной геометрии, 2002.
22. С.А. Бадаев. Сызықтық алгебра жәнеаналитикалық геометрия. Том 2: Сызықтық алгебра. Алматы: «Издательство LEM» ЖШС, 2014. 416 бет.
23. А.И. Кострикин. Введение в алгебру. Часть I. (Основы алгебры). М.: Физматлит, 2001. 254 С.
24. А.И. Кострикин. Введение в алгебру. Часть III. (Основные структуры). М.: Физматлит, 2001. 271 С.
25. Isaiah Lankham, Bruno Nachtergaele, Anne Schilling. Linear Algebra As an Introduction to Abstract Mathematics. Copyright c 2007 by the authors. pp. 246.
26. Сүлейменов Ж. Дифференциалдық теңдеулер курсы, Оқулық. Алматы, Қазақ университеті, 2009.- 440 б.
27. Н.М.Матвеев. Методы интегрироваия обыкновенных дифференциальные уравнений» 4-е изд .Минск: «Высшая школа». 1974. 768 С.
28. Л.Э.Эльсгольц. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука. 1969. 425 С.
29. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений, М., 1970.
30. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М., 1974.
31. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Задачи и примеры с подробными решениями. М.: УРСС, 2005.- 256 с.

32. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики.– М.: Наука, 1983.
33. Токибетов Ж.А., Хайруллин Е.М. Математикалық физика теңдеулері, оқулық. - Астана, Астана полиграфия, 2010. 376 б.
34. Гельфанд И.М., Фомин С.В. Вариационное исчисление. – М., 1961.
35. Айсагалиев А.С., Айсагалиева С.С. Лекции по методам оптимизации. – Алматы, 1996.
36. Васильев Ф.П. Лекции по методам решения экстремальных задач. – М., 1974.

**Қосымша:**
1. Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболева Т.С. Задачи и упражнения по функциональному анализу. - М.: Наука,1984.
2. Иосида К., Функциональный анализ. - М.: “Мир”, 1967.
3. Канторович Л.В., Акилов Г.П Функциональный анализ. - М.: Наука,1984.
4. Садовничий В.А. Теория операторов. -М. ”Высшая школа”, 2000.
5. Натансон И.П., Теория функций вещественной переменной, М.: Гостехиздат, 1957.
6. Севастьянов Б.А. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: «Наука», 1982. 256 с.,
7. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей и математическая статистика. М.: «ЮНИНТИ», 1988. 448 с.,
8. Агапов Г.И. Задачник по теории вероятностей. М.: “Высшая школа”, 1985. 112 с.
9. В.А. Колемаев, О.В. Староверов, В.Б. Турундаевский Теория вероятностей и математическая статистика – М.: “Высшая школа”, 1991. 400 с.
10. Н. Аканбай, З.И. Сүлейменова, С.Қ. Тәпеева Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистикадан тест сұрақтары, Алматы, “Қазақ университеті”, 2005 ж., 254 бет.
11. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики: Учебник для вузов. 2-е изд. - М.: Физматлит, 2003.
12. Хомпыш Х. Математикалық физика теңдеулері. Оқу құралы. -Алматы: Қазақ университеті, 2017 ж.
13. Краснов, М.Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения М.:УРСС, 2002.- 253 с.
14. Федорюк, М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения: Изд. 3-е, стер.- СПб.: Лань, 2003.- 447 стр.
15. Филиппов, А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям: Изд. 2-е.- М.: Изд-во ЛКИ, 2008.- 235 с.
16. В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. Линейная алгебра. М.: «Наука» 1984. 294 С.
17. В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. Аналитическая геометрия. М.: «Наука» 1971. 232 С.